

# Working Papers Pracovní texty

Working Paper No. 12/2003

## **Hyperbolické diskontování a jeho význam v ekonomickém modelování**

Michal Andrlé  
Jan Brůha

INSTITUT PRO EKONOMICKOU A EKOLOGICKOU POLITIKU  
A  
KATEDRA HOSPODÁŘSKÉ POLITIKY  
VYSOKÁ ŠKOLA EKONOMICKÁ V PRAZE – FAKULTA NÁRODOHOSPODÁŘSKÁ

Institut pro ekonomickou a ekologickou politiku  
Vysoká škola ekonomická v Praze – Fakulta národohospodářská  
Katedra hospodářské politiky

Pracovní text číslo 12

## **Hyperbolické diskontování a jeho význam v ekonomickém modelování**

Michal Andrlé \*

Jan Brůha \*\*

---

\* VŠE Praha, andrle@sorry.vse.cz

\*\* CERGE-EI, jan.bruha@cerge-ei.cz

## **Abstract**

The paper presents microeconomic foundations of intertemporal utility function and surveys exponential discounting with its implications. We explore the concept of hyperbolic discounting on the basis of normative and positive economics. The main implication of hyperbolic discounting is time inconsistent behavior of economic agents. This fact may have interesting implications for the economic policy. We discuss the issues of savings and consumption and environmental economics.

**JEL Classification:** D11, E2, Q0

**Keywords:** hyperbolic discounting, savings, environmental economics

## Obsah

I. Úvod .....	4
II. Historický přehled .....	6
III. Hyperbolické diskontování.....	13
IV. Soukromá spotřeba, tvorba úspor a hyperboličtí spotřebitelé .....	17
V. Environmentální ekonomie .....	21
VI. Závěr .....	27
VII. Literatura .....	28

*“...there may be a strong difference between an enjoyment which offers itself at the very moment and one which does not; while, on the other hand, there may be a very small difference, or no difference at all, between an enjoyment which is pretty far away, and one which is further away.”*

**Böhm-Bawerk (1959, pp. 257)**

## **I. Úvod**

Jedním ze základních stavebních kamenů neoklasické ekonomie je předpoklad, že chování ekonomických subjektů je možné popsat jako řešení vhodné maximalizační úlohy. Předpokládá se, že domácnosti se chovají, jako by maximalizovaly užitek ze spotřeby proti rozpočtovému omezení. Užitek je chápán jako funkce soukromé spotřeby, volného času a případně také jiných argumentů (např. veřejných statků). Obdobně se předpokládá, že firmy se chovají, jako kdyby maximalizovaly určitou účelovou funkci (např. zisk) proti technologickému omezení. Tento metodologický přístup k chování ekonomických subjektů (spotřebitele, firmy) umožňuje odvození mnohých testovatelných hypotéz.

Na chování ekonomických subjektů je však třeba nahlížet mimo jiné jako na proces probíhající v čase. Je tedy nutno rozšířit závěry statické analýzy spotřebitele, resp. firmy o časový aspekt, kdy spotřebitel již neřeší pouze statickou (resp. dynamickou) maximalizační úlohu, ale intertemporální maximalizační úlohu<sup>1</sup>. Jestliže základními rysy statické analýzy spotřebitele je rozhodování o alokaci zdrojů mezi  $n$  statků, v intertemporálním přístupu se obvykle omezujeme na problematiku alokace zdrojů dostupných během daného časového intervalu na spotřebu v různých časových okamžicích během tohoto časového intervalu.

Tudíž logicky nezbytným krokem je učinit předpoklad o tom, jak ekonomické subjekty oceňují hodnotu své účelové funkce (užitek ze spotřeby, zisk, peněžní toky) v jednotlivých časových okamžicích. Pro časové rozlišení ocenění peněžních toků v ekonomice slouží úroková míra. Nicméně pro ocenění užitku ze spotřeby v jednotlivých časových okamžicích nemáme k dispozici podobnou pozorovatelnou veličinu, neboť užitek domácností není přímo pozorovatelný (pokud ovšem vůbec chápeme samotný koncept užitku domácností jako něco více než užitečné operacionalistické kritérium k modelování spotřeby).

---

<sup>1</sup> Rozlišujeme „dynamickou úlohu“, která zahrnuje chování ovlivněné minulostí, od intertemporální úlohy, která řeší alokaci vzácných zdrojů v čase.

Ekonomové hlavního proudu (přinejmenším od doby, kdy Kenneth Arrow a Gerard Debreu dynamizovali teorii všeobecné rovnováhy) obvykle modelují spotřebu (fyzicky) téhož zboží v různých časových okamžicích jako spotřebu různého zboží. Ovšem z toho plyne, že pro modelování rozhodování domácnosti o alokaci důchodu na spotřebu v jednotlivých časových okamžicích je třeba učinit předpoklady o vztahu užitků ze spotřeby téhož zboží v různých časových okamžicích. Pravidlu, pomocí kterého ekonomický subjekt oceňuje spotřebu statků v čase, budeme říkat diskontování. Zároveň je nutno si uvědomit, že intuitivní analogie mezi diskontováním peněžních toků a diskontováním užitečnosti není zcela přesná, neboť zde hovoříme o preferenční struktuře ekonomických subjektů.

Jako vhodná se ukázala cesta nalézt intertemporální užitkovou funkci nejlépe jako funkci jednotlivých okamžikových užitkových funkcí v čase. Dnes standardním přístupem k tomuto problému je definovat intertemporální užitkovou funkci jako diskontovanou sumu okamžikových funkcí, obvykle za použití exponenciální diskontní funkce. Tento přístup má mnoho zajímavých předpokladů, závěrů a problémů, z nichž na jeden se zaměříme. Ukážeme, že právě exponenciální diskontní funkce je velice speciální a obsahuje některé vlastnosti, které odporují empirickému výzkumu jak na mikroekonomické, tak na makroekonomické úrovni.

Zkoumání diskontování není významné pouze pro pozitivní ekonomii (najít nejlepší modelový přístup k popisu chování ekonomických subjektů), ale také má důležité normativní implikace (jak by se ekonomické subjekty měly chovat, příp. jaké nástroje hospodářské politiky zvolit, aby se ekonomické subjekty chovaly žádoucím způsobem). Tyto normativní implikace se diskutují především v souvislosti s environmentální ekonomikou (hodnocení ekologických projektů, vyčerpávání neobnovitelných zdrojů) a fiskální politikou (mezigenerační altruismus)

Tento článek seznamuje čtenáře s hyperbolickým diskontováním. Členění článku je následující: v části 2 jsou stručně shrnuty historické přístupy k diskontování užitku. Část 3 definuje koncept hyperbolického modelování a část 4 diskutuje jeho význam pro teorii spotřebitele. Část 5 pojednává o implikacích konceptu hyperbolického diskontování pro environmentální ekonomii. Poslední část shrnuje.

## II. Historický přehled

Tato část článku stručně seznamuje čtenáře s historickými přístupy k problematice diskontování a zároveň uvádí důvody, které vedly ke zkoumání hyperbolického diskontování.

Otázka diskontování v ekonomické literatuře se rodila relativně dlouho, s razantním nástupem podpořeným statemi Ramseye (1928) a Samuelsona (1937). Pozorování, že lidé „krátkozrace“ diskontují svůj budoucí užitek, diskutovali ve svých dílech Böhm-Bawerk, A. C. Pigou, I. Fischer. Diskontování jako takové bylo obhajováno a spojováno s mnoha ekonomickými koncepty.

Můžeme vymezit dva základní okruhy problémů, proč je zkoumání diskontování důležité a proč je používáno v mnoha oblastech ekonomie, od makroekonomických modelů (především růstových modelů, ale také modelů hospodářských cyklů nové klasické makroekonomie) až po modely environmentální ekonomie. Z hlediska *pozitivní ekonomie* se jedná o nalezení vhodného popisu chování ekonomických subjektů při řešení intertemporálních úloh (alokace vzácných statků v čase). Z hlediska *normativní ekonomie* se jedná o časové rozlišení ocenění užitků, nákladů apod. v čase v sociální funkci blahobytu.

Původní aplikace diskontování byly použity při aplikaci „sociální funkce blahobytu“ ve stati Ramseyově (1928). Nicméně Ramsey samotný diskontování z hlediska společenského plánovače odmítal a svůj růstový model v první části odvodil bez diskontování. Jeho článek můžeme zařadit do kategorie *normativní ekonomie*. Otázkou jistou dobu zůstávalo, zda je oprávněné zařadit do sociální funkce blahobytu (SFB) diskontování.

Přirozeným argumentem je, že diskontování vyjadřuje preferenční strukturu suverénních ekonomických subjektů – a „proti gustu, žádný dišputát“. Nezařazení diskontování do SFB je potom autoritativní ignorování preferencí členů společnosti<sup>2</sup>. S tím ale v této normativní úloze vyvstává otázka, či preference by měla vláda při svých rozhodováních brát v potaz. Současné generace, nebo i budoucích, které ještě nežijí a tudíž nemůžeme znát jejich preference? Do této skupiny argumentace, jak zacházet v SFB s diskontováním, můžeme také zařadit pozorování, že lidé preferují odlišné diskontní faktory pro své „individuální“ rozhodování a pro „společenské“

---

<sup>2</sup> Stojí za povšimnutí, že ekonomové jako A. Pigou, I. Fischer a další chápali diskontování jako „krátkozrakost“, iracionální chování, a argumentovali, že právě proto by nemělo být diskontování obsaženo v sociální funkci blahobytu.

rozhodování, tj. jaký diskontní faktor si přejí, aby vláda používala při vyhodnocování svých dlouhodobých projektů, např. environmentálních (Henderson, Langford 1998, Cropper et. al, 1992).

Naprosto odlišný aspekt diskontování vyvstává z hlediska pozitivní ekonomie: nalézt vhodný popis jak se spotřebitelé rozhodují o alokaci svých omezených zdrojů v čase. To má závažné implikace pro teorii životního cyklu. Poněkud odlišnou linií argumentů pro zařazení diskontování do makroekonomických růstových modelů je dnes již standardní argument mezigeneračního altruismu při existenci dynastií. Barro (1974) argumentuje, že užitek současné generace závisí také na užitku dětí této generace, atd. Jedná se tedy o rekurzivní formulaci problémů „transferu užitečnosti“. Argument mezigeneračního altruismu slouží v neoklasické ekonomii jako zdůvodnění používání metodologického konceptu modelů s nekonečně žijícími domácnostmi: domácnosti se chovají jako nekonečně žijící, neboť rodiče se starají nejen o užitek svůj, ale také o užitek svých dětí a zprostředkovaně také o užitek dětí jejich dětí *ad infinitum*<sup>3</sup>. Zde potom záleží na tom, jak silnou formu projevu altruismu předpokládáme u současné generace, ale také jak formujeme konkrétní funkční tvar diskontní funkce, jež nemusí být vždy exponenciální. Phelps a Pollak (1968) představují ve svém modelu nedokonalého mezigeneračního altruismu quasi-hyperbolickou diskontní funkci.

Rozlišování pohledů jak pracovat s diskontováním považujeme za důležité, neboť jednotlivé úlohy se velice liší. Je nutné správně interpretovat uvažovanou diskontní funkci v závislosti na tom, zda pracujeme s modelem na bázi chování suverénního spotřebitele, zda uvažujeme model s „benevolentním společenským plánovačem“, nebo zda se jedná o model mezigeneračního altruismu. Zejména rozlišení mezi úlohou normativní a pozitivní ekonomie je zásadní.

Hledisko pozitivní ekonomie pro zkoumání diskontování lze plně použít až tehdy, pokud je diskontování včleněno do rigorózní mikroekonomické teorie, což provedl Koopmans (1960). K otázce nalezení intertemporální užitkové funkce lze přistupovat jak přes ordinální, tak přes kardinalistickou teorii užitečnosti. Koopmans (1960) ve svém slavném článku prezentuje, za jakou cenu lze odvodit obecnou ordinální intertemporální užitkovou funkci jako vhodnou funkci

---

<sup>3</sup> Skutečně, nekonečný časový horizont rozhodování pro domácnost je obvyklý přístup v neoklasické teorii růstu, viz Barro a Sala-i-Martin (1995) a v neoklasickém programu výzkumu reálných hospodářských cyklů, viz Cooley (1994). Laitner a Juster (1993) uvádí empirickou evidenci ve prospěch modelů s nekonečně-žijícími domácnostmi.

okamžikových užitkových funkcí. Koopmans se snaží operacionalizovat myšlenku *netrpělivosti* (impatience), obsaženou např. již v díle Böhm-Bawerkově (1959) nebo Fischerově (1930). Zárodky intertemporálního rozhodování lze však nalézt i v dílech starších, např. Smith (1759), Rae (1834) a dalších.

Při odvozování intertemporální funkce užitečnosti následujeme Koopmansův výklad. Budeme pracovat s komoditními koši v čase, jejichž řadu nazveme program (resp. projekt, prospekt) a označíme jej jako

$${}_1x = (x_1, x_2, \dots, x_t) = (x_1, {}_2x) \quad (1)$$

kde  $x_t$  reprezentuje komoditní koš (vektor komodit) v čase  $t$ , a výraz  ${}_1x$  reprezentuje program (prospekt) z pohledu času  $t$ , který lze dále rozepisovat analogicky pravé straně výrazu (1). Cílem je nalézt užitkovou funkci  $U$ , jež bude definována přes všechny možné programy. Tato funkce vyjadřuje subjektivní hodnocení programů, tj.  $U({}_1x') \geq U({}_1x'')$  pakliže spotřebitel slabě preferuje program  ${}_1x'$  před programem  ${}_1x''$ .

Dále nechť je  $U$  intertemporální užitková funkce, tj. nechť  $U$  je funkcí okamžikových užitkových funkcí  $u_t(x_t)$ . Okamžitá užitková funkce  $u$  splňuje následující vztah: spotřebitel v čase  $t$  slabě preferuje spotřební koš  $x_t'$  před košem  $x_t''$  pakliže  $u(x_t') \geq u(x_t'')$ . Koopmans (1960) dokazuje, že při splnění několika základních postulátů lze sestrojít intertemporální užitkovou funkci ve tvaru<sup>4</sup>

$$U({}_1x) = \sum_{t=1}^{\infty} \beta^{t-1} u(x_t). \quad 0 < \beta < 1 \quad (2a)$$

Funkční forma (2a) je ovšem již kardinální, neboť preferenční relace definovaná na základě (2a) již není invariantní vůči aplikaci nelineárních transformací na okamžikovou užitkovou funkci  $u$ . Kritérium (2a) má svoji analogii v čase spojitém: uvažujme hodnocení toku spotřeby  $\{x'(t)\}_{t \in [0, \infty)}$ , analogie (2a) je tvaru:

<sup>4</sup> Pro jednoduchost předpokládáme nekonečný horizont rozhodování, nicméně logika argumentů by zůstala nezměněna i při použití konečného horizontu.

$$U(x') = \int_0^{\infty} e^{-\rho t} u(x'(t)) dt, \quad \text{pro } \rho \geq 0. \quad (2b)$$

Zatímco v (2a) platí, že čím větší  $\beta$ , tím je spotřebitel trpělivější, v (2b) naopak trpělivost je implikována nízkou hodnotou parametru  $\rho$ . Vztah mezi těmito parametry si nejlépe uvědomíme, pokud budeme uvažovat tok spotřeby ve spojitém čase  $\{x'(t)\}_{t \in [0, \infty)}$  splňující  $x'(s) = x_t$  pro  $s \in [t-1, t)$ . Pak (2b) bude:

$$U(x') = \int_0^{\infty} e^{-\rho t} u(x'(t)) dt = \sum_{t=1}^{\infty} u(x_t) \int_{t-1}^t e^{-\rho s} ds = \frac{1 - e^{-\rho}}{\rho} \sum_{t=1}^{\infty} (e^{-\rho})^{t-1} u(x_t),$$

tj. parametru  $\rho$  odpovídá výraz  $-\log \beta$ . Mějme však na paměti, že předchozí odvození vztahu mezi oběma parametry je pouze heuristické

Tento model exponenciálně diskontované užitečnosti však byl použit již dříve. Samuelson (1937) jej navrhl ve svém článku jako velice jednoduchý. Hlavním jeho zájmem byla traktabilita – exponenciální diskontní funkce nepostrádá matematickou eleganci. Nekladl si nárok na velkou realističnost navrhovaného modelu.<sup>5</sup> Až Koopmans (1960) identifikoval podmínky, za kterých je možno odvodit (2), nicméně rovněž tuto formu diskontování nepovažoval za jedinou možnou.

Pro velkou matematickou eleganci funkční formu (2) používá většina ekonomů při specifikaci intertemporálního chování ekonomických subjektů. Jak jsme předeslali, při aplikaci diskontování záleží na druhu úlohy, kterou řešíme (teorie spotřebitele, SFB, atd.) Pokud v normativní úloze teorie růstu Ramsey (1928) odmítl diskontování v sociální funkci blahobytu, což formálně odpovídá hodnotě parametru  $\beta=1$  v (2a) resp.  $\rho=0$  v (2b), čelí s tím spojeným technickým problémům, neboť hodnota výrazu v (2) pak nemusí být ohraničená.<sup>6</sup> Skutečně uvažujme následující případ: jediné spotřební zboží jsou jablíčka a spotřebitel vždy preferuje více jableček než méně. Nechť spotřebitel není netrpělivý, tj.  $\beta=1$ . Předpokládejme bez újmy na obecnosti, že okamžitá funkce užitku  $u$  je škálována tak, že  $u(2) > u(1) > 0$ . Argumentem této funkce je počet jableček, které daný spotřebitel sní během daného časového okamžiku. Nechť jsou dány

<sup>5</sup> „It is completely arbitrary to assume that the individual behaves so as to maximize an integral of the form envisaged in [the model]” Samuelson (1937, pp. 159).

<sup>6</sup> Ramsey (1928) použil formulaci sociální funkce blahobytu bez diskontování, ale s úrovní tzv. „bliss point“, ke kterému společenský blahobyt by měl směřovat, čímž problém ohraničenosti vymizel. Viz vzorce níže.

programy  $x^1 = (1,1,1,1,1, \dots)$  a  $x^2 = (2,1,1,1,1, \dots)$ . Je přirozené předpokládat, že spotřebitel bude preferovat program  $x^2$  před programem  $x^1$ . Nicméně  $U(x^1)$  není možné srovnat s  $U(x^2)$ , neboť oba dva výrazy rostou nade všechny meze.

Je tedy třeba zavést jiné kritérium než srovnání hodnot  $U(x')$  a  $U(x'')$ . Použitým kritériem pro srovnání programů  $x'$  a  $x''$  je pak následující: program  $x''$  je slabě preferován před programem  $x'$  pakliže:

$$\sum_{t=1}^{\infty} \beta^{t-1} [u(x'_t) - u(x''_t)] \leq 0, \text{ v diskretním čase resp.}$$

$$\int_0^{\infty} e^{-\rho t} [u(x'(t)) - u(x''(t))] dt \leq 0 \text{ v čase spojitém.}$$

Lze ukázat, že takto definovaná kritéria jsou podstatně obecnější než kritérium (2) a mohou zaručit vhodné chování intertemporálních užitkových funkcí i ve složitějších případech než byl výše uvedený ilustrativní příklad s jablíčky.

Poukažme stručně na některé základní vlastnosti modelu diskontované užitečnosti, který odvodil Koopmans (1960) a jehož speciální formou je (2). To nám umožní definovat základní pojmy, jako je netrpělivost, konzistence a rekurzivní struktura preferencí pro případ argumentace jedince a jeho užitkové funkce.

Koopmans (1960) specifikuje čtyři základní předpoklady, za kterých lze odvodit takovou funkci: předpoklad (i) *existence a spojitosti*, (ii) *citlivosti*, (iii) *omezené nekomplementarity* a (iv) *stacionarity*.<sup>7</sup> Úplná diskuse předpokladů viz Koopmans (1960), my je uvedeme *zjednodušené*.

(i) Existence a spojitost: Existuje spojitá užitková funkce  $U({}_1x)$ , jež je definována pro všechny  ${}_1x = (x_1, x_2, \dots)$ , takové, že pro všechna  $t$ , je  $x_t$  bodem ohraničené konvexní podmnožiny  $X$ ,  $n$ -rozměrného prostoru komodit. Existence je přirozený předpoklad a požadavek spojitosti modeluje intuitivní předpoklad, že pokud jsou dva programy podobné, je jejich ocenění taktéž podobné.

---

<sup>7</sup> resp. pět předpokladů, kdy poslední je nutný pouze pro škálování

(ii) Citlivost: Existují spotřební koše (vektory) prvního období  $x_1, x_1'$  a program  ${}_2x$ , takové, že platí:

$$U(x_1, {}_2x) > U(x_1', {}_2x). \quad (3)$$

Tímto předpokladem blíže svazujeme požadavek, aby intertemporální užitková funkce nenabývala stejné hodnoty pro všechny programy.

(iii-a) Omezená nekomplementarita: *Pro všechna  $x_1, x_1', {}_2x, {}_2x'$  platí*

$$U(x_1, {}_2x) \geq U(x_1', {}_2x) \text{ implikuje } U(x_1, {}_2x') \geq U(x_1', {}_2x'), \quad (4a)$$

$$U(x_1, {}_2x) \geq U(x_1, {}_2x') \text{ implikuje } U(x_1', {}_2x) \geq U(x_1', {}_2x'). \quad (4b)$$

Tento předpoklad je velice silný. Koopmans (1960) a Samuelson (1959) konstatují, že tento předpoklad není zcela realistický. Důsledkem (4) je ovšem skutečnost, že intertemporální užitkovou funkci lze zapsat jako

$$U({}_1x) = V(u_1(x_1), U_2({}_2x)), \quad (5)$$

kde  $V(\cdot)$  je spojitá rostoucí funkce obou svých proměnných. Finálním krokem je zavedení předpokladu *stacionarity*, který dále omezí preferenční řazení v čase.

(iv) Stacionarita: *Pro dané  $x_1$  a všechny  ${}_2x, {}_2x'$  platí*

$$U(x_1, {}_2x) \geq U(x_1, {}_2x') \text{ tehdy a jen tehdy, pokud } U({}_2x) \geq U({}_2x'). \quad (6)$$

Plynutí času tak nemá vliv na preference. Tento předpoklad má několik závažných důsledků, podrobněji viz Koopmans et al. (1964). Především znamená, že řazení dvou programů, které se liší pouze od druhého období, bude shodné jako řazení v situaci, kdy se budoucí spotřeba posune o období zpět v čase (uspíší). Lze dokázat, že díky (6) lze odstranit časový index u užitkových funkcí u argumentů funkce  $V(\cdot)$  a můžeme psát  $U({}_1x) = V(u(x_1), U({}_2x))$ .

Získáváme tak důležitou věc, *rekurzivní strukturu* intertemporální užitkové funkce, neboť můžeme zapsat

$$U_{(1,x)} = V(u(x_1), u(x_2), \dots, u(x_\tau), U_{(\tau+1,x)}), \quad (7)$$

kde funkce  $u(x_t)$  značí opět okamžikovou užitkovou funkci.

Koopmans (1960) dokazuje, že *pouze tehdy*, pokud přijmeme následující předpoklad časové nezávislosti, lze nalézt monotónní transformaci funkce  $U_{(1,x)}$  ve formě (2). Předpoklad časové nezávislosti doplňuje předpoklad (iii-a).

(iii-b) Časová nezávislost: *Pro všechna  $x_1, x_2, x_3, x'_1, x'_2, x'_3, x'$  platí*

$$U(x_1, x_2, x_3, x) \geq U(x'_1, x'_2, x'_3, x) \text{ implikuje } U(x_1, x_2, x_3, x') \geq U(x'_1, x'_2, x'_3, x'), \quad (8)$$

$$U(x_1, x_2, x_3, x) \geq U(x'_1, x'_2, x'_3, x') \text{ implikuje } U(x_1, x_2, x_3, x) \geq U(x'_1, x'_2, x'_3, x'). \quad (9)$$

Předpoklad (9) implikuje skutečnost, že mezní míra substituce mezi dvěma sousedními obdobími je nezávislá na budoucích obdobích.

Při definování a používání intertemporálních užitkových funkcí však dochází k závažné komplikaci, plynoucí ze skutečnosti, že spotřebitel určuje svůj optimální spotřební program v současnosti a poté každé další období. Kdykoliv se naskytne nová informace ovlivňující současnou a budoucí úroveň užitečnosti, je nový optimální program ze dnes jiný než optimální program určený včera. Tato skutečnost je samozřejmá a lze ji řešit specifickými předpoklady.

Méně zřejmý je fakt, že optimální programy se budou obecně lišit i v případě, že se žádné nové informace neobjeví, a to v důsledku skutečnosti, že se diskontní funkce posunula v čase – „zítrěk“ bude zítra „dnes“. Ekonomické subjekty tak podstupují „kontinuální replánování“, a to i při stabilní „diskontní funkci“. Tuto situaci jako první analyzoval Strotz (1956) – ještě před Koopmansovým nalezením předpokladů pro řádné použití (2) – a dále rozpracovali Pollak (1968) a Peleg a Yaari (1973).

Pozorované chování tak je sérií posloupných optimálních časových spotřebních programů (plánů), jako takové je zcela racionální. Takový jednotlivec nemusí ovšem být *časově konzistentní*. Jako časově konzistentní považujeme chování pokud

$$U_{t+1}(x_{t+1}, x_{t+2}) \geq U_{t+1}(x'_{t+1}, x'_{t+2}) \text{ pakliže } x_t = x'_t \text{ a } U_t(x_t, x_{t+1}) \geq U_t(x'_t, x'_{t+1}). \quad (10)$$

Časově nekonzistentní spotřebitel se může v zásadě zachovat dvojím způsobem: (i) pokusit se své budoucí aktivity dopředu neodvolatelně předurčit, a to formou přijetí *závazků*, pravidel atp., (ii) rezignovat a určit si pouze takový plán, který je podle něj v souladu s jeho budoucími požadavky a odmítnout všechny ostatní, tj. strategii konzistentního plánování. Strotz (1956) dokázal, že právě exponenciální diskontní funkce nenechává vzniknout problémům časové nekonzistence, čímž je do určité míry specifická.

V současné době je exponenciální diskontní funkce široce používána v makroekonomii hlavního proudu. Skutečně mnohé známé a široce používané učebnice makroekonomie --Sargent (1987), Lucas a Stokey (1989), Sargent a Ljungquist (2000) -- ani nediskutují alternativy k (2). Zároveň je téměř nemožné nalézt v literatuře explicitní diskusi na téma, zda a jakou formu diskontování použít v závislosti na řešeném problému.

Nicméně model diskontované užitečnosti (2) má několik empirických „anomálií“, které jsou v současné ekonomické literatuře diskutovány, více či méně významných z hospodářsko-politického hlediska. Tyto anomálie můžeme rozdělit do dvou kategorií (i) ve vztahu ke spotřebiteli, (ii) ve vztahu k agregovaným makroekonomickým modelům.

### III. Hyperbolické diskontování

Praxe exponenciálního diskontování, jak jsme nastínili, se v ekonomii stala standardem, který byl nakonec také pro teorii spotřebitele řádně formalizován a postaven na axiomatických základech. V současné době se mezi ekonomy ovšem stále více diskutují vlastnosti exponenciálního diskontování, které odporují empirickým a teoretickým výzkumům. Zaměříme se na alternativní formu diskontování, a to na (quasi-) hyperbolickou diskontní funkci, kterou pro teorii spotřebitele nejvíce propracoval v sérii statí Laibson (1996, 1997a, 1997b)<sup>8</sup>, v prostředí mezigeneračního altruismu ji pak představili quasi-hyperbolickou diskontní funkci Phelps a Pollak (1968).

---

<sup>8</sup> a v mnoha dalších pracích, vč. své disertace na M.I.T v roce 1994

Opět musíme rozlišovat, jakou linii argumentace diskontování sledujeme, zda pracujeme s normativními modely centrálního plánovače, mezigeneračním altruismem či reprezentativním jedincem. Použití exponenciálního diskontování má přirozeně odlišné interpretace, modelujeme-li chování spotřebitele v čase nebo chování generací. V této části se zaměřujeme především na chování spotřebitele.

Ač již bylo exponenciální diskontování zasazeno do teorie spotřebitele, prezentovali jsme, že tato funkční forma vznikla ad-hoc a později byla „dovozena“ Koopmansem. Současné empirické výzkumy – např. Ainslie (1975, 1991), Loewenstein a Thaler (1989), Loewenstein a Prelec (1992) a další – odhalují mnoho zajímavých aspektů mezičasového rozhodování spotřebitelů, které nejsou v ekonomické teorii povětšinou zabudovány. Jedním z těchto aspektů<sup>9</sup> je právě hyperbolické diskontování a časová nekonzistence mezičasového rozhodování, na kterou upozorňoval již Strotz (1956). Ale jak ukazuje citát v úvodu stati, jedná se o relativně známé pozorování reality.

Ukazuje se, že ekonomické subjekty při své netrpělivosti nediskontují konstantní mírou. Empirické studie velice přesvědčivě ukazují, že jsou-li obě odměny dostatečně vzdáleny v čase, lidé se chovají relativně trpělivě, tj. preferují vzdálenější, ale větší odměnu za 101 dní (2 jablíčka), nežli menší odměnu za 100 dní (jedno jablíčko). Jakmile se ale okamžik odměny blíží v čase, dochází ke změně směrem k větší netrpělivosti – spotřebitel preferuje menší, bližší odměnu (jedno jablíčko dnes) před větší, vzdálenější (dvě jablíčka zítra). Vzájemná vzdálenost obou odměn v čase se přitom nezměnila. Tato pozorování naznačují, že lidé nediskontují budoucnost konstantní mírou, ale klesající mírou v čase. Pokus vyjádřit uvedený způsob chování vedl k vyjádření diskontní funkce jako hyperbolické funkce  $(1 + \alpha t)^{-\gamma/\alpha}$  (Loewenstein a Prelec, 1992). Jelikož diskontní míra je míra poklesu diskontní funkce  $f(t)$  v čase, můžeme diskontní míru definovat jako

$$-\frac{\partial f(t) / \partial t}{f(t)}, \quad (11)$$

<sup>9</sup> Loewenstein a Prelec (1992) formálně začleňují některé tyto „anomálie“ vůči standardnímu modelu mezičasového rozhodování do ekonomické teorie. Krom hyperbolického diskontování se jedná o asymetrii v diskontování ztrát a zisků, význam absolutní hodnoty odměn v hodnocení, význam referenčního bodu, atd.

tj. pro exponenciální diskontování (2a) je diskontní míra konstantní, a to  $-\log \beta$ . Naopak v případě hyperbolické diskontní funkce je diskontní míra závislá na čase:  $\gamma/(1 + \alpha t)$ . V krátkém období je diskontní míra rovna  $\gamma$ , v dlouhém období konverguje k nule. To odpovídá zmíněným pozorováním. Hyperbolická funkce postrádá zcela matematickou eleganci exponenciálního diskontování, proto ekonomové využívají tzv. quasi-hyperbolickou diskontní funkci s diskontními faktory  $\{1, \alpha\delta, \alpha\delta^2, \alpha\delta^3, \dots\}$ , která vykazuje kvalitativně vlastnosti hyperbolické funkce (tj. klesající diskontní míru v čase). Úlohu (2a) tak můžeme s touto diskontní funkcí zapsat jako

$$U(x) = u(x_t) + \alpha \sum_{i=1}^{\infty} \delta^i u(x_{t+i}), \text{ kde } \alpha \in [0,1], \delta \in [0,1], \quad (12)$$

kdy v případě  $\alpha = 1$  se (12) redukuje na exponenciální diskontování užítku. Funkční tvar quasi-hyperbolického<sup>10</sup> diskontování představili Phelps a Pollak (1968) v modelu mezigeneračního altruismu, Laibson (1997) tento funkční tvar použil a reinterpretoval pro případ mezičasového rozhodování spotřebitele, jako kvalitativní náhradu hyperbolické funkce.

Výraz (12) a všechny formy hyperbolického diskontování implikují existenci časové nekonzistence v rozhodování spotřebitele. Díky plynutí času se mění názor spotřebitele na optimální program. V čase  $t$  spotřebitel váží budoucí užítky řadou

$$u(x_t) + \alpha\delta u(x_{t+1}) + \alpha\delta^2 u(x_{t+2}) + \dots, \quad (13a)$$

zatímco z pohledu spotřebitele  $t + 1$  díky zachování si stejné diskontní funkce hodnotí

$$u(x_{t+1}) + \alpha\delta u(x_{t+2}) + \alpha\delta^2 u(x_{t+3}) + \dots \quad (13b)$$

To znamená, že v čase  $t$  je poměr mezních užiteků ze spotřeby zboží  $x_{t+1}$  a  $x_{t+2}$  roven  $\delta mu(x_{t+1})/mu(x_{t+2})$ , zatímco v čase je tentýž poměr roven  $\alpha\delta mu(x_{t+1})/mu(x_{t+2})$ . Oba výrazy se liší o  $\alpha$ , a to ačkoliv se žádné „objektivní“ podmínky nezměnily. Tato změna mezních užiteků má ovšem

<sup>10</sup> Poznámka k pojmosloví: diskontování definované v (2) nazýváme exponenciální a (12) jako quasi-hyperbolické, ač se nejedná o hyperbolický funkční tvar. Jde o vyjádření kvalitativní náhrady hyperbolické funkce uvedené v textu. V literatuře se lze setkat s pojmy geometrické diskontování namísto exponenciální a quasi-geometrické diskontování namísto quasi-hyperbolické.

důsledky pro optimální alokaci zdrojů spotřebitele. Optimální alokace zdrojů v čase  $t+1$  vypadá jinak než v čase  $t$ , ačkoliv neexistuje žádná nová informace apod.

Časovou nekonzistenci preferencí si lze dobře ilustrovat na známých příkladech. V dlouhém období člověk chce být štíhlý, začít se učit na zkoušky, přijímá novoroční předsevzetí, neboť preferuje velký vzdálený užitek. Často ovšem končíme u čokolády, učíme se na poslední chvíli a novoroční předsevzetí vycházejí na prázdno. Dynamicky nekonzistentní preference implikují problémy se sebeovládáním (self-control), odkládání nepříjemných a závažných rozhodnutí, atp.

Rozlišíme dva základní (extrémní) typy spotřebitele s hyperbolickými preferencemi (hyperbolický spotřebitel), a to (i) *naivního* a (ii) *sofistikovaného*. Naivní spotřebitel si není vědom důsledků svých preferencí a opakovaně replánuje své chování, tj. např. pokaždé věří, že dnes sice ne, ale zítra, zítra již určitě začne spořit (posilovat, hubnout), ale shodně postupuje i v další dny. Naopak sofistikovaný spotřebitel s hyperbolickými preferencemi si je vědom svého mezičasového konfliktu a snaží se tuto situaci nějak řešit.

Řešením problému sofistikovaného spotřebitele s hyp. preferencemi je přijetí závazku (commitment), ať už (i) *vnitřního* nebo (ii) *vnějšího*. Již Strotz (1956) vyzdvihoval význam existence možnosti přijetí závazku. V současné ekonomické literatuře (týkající se především spotřebního chování a úspor) je kladen důraz především na existenci mechanismů umožňující přijetí externího závazku. Naopak kupř. Smith (1759) vyzdvihuje a analyzuje možnosti interního (duševního) závazku a vůle. Absence mechanismu přijetí externího závazku může mít mnohdy významné důsledky pro chování spotřebitele, kupř. tvorby úspor. Možnost přijetí závazku se může výrazně lišit, pokud analyzujeme obecně tvorbu úspor jednotlivce, nebo *decentralizovaný* růstový model s obnovitelnými zdroji.

Laibson (1997a) a další tak modelují problém sofistikovaného hyperbolického spotřebitele jako intrapersonální hru mezi jednotlivými „já“ v různých časových okamžicích. Spotřebitelovo „já“ v čase  $t$  se snaží zavázat budoucí chování svého „já“ v čase  $t+1$  přijetím takových opatření, jejichž účinek je pro „já“ v  $t+1$  nákladné odbourat. Chování naivního a sofistikovaného hyperbolického spotřebitele se výrazně liší, neboť oba typy jsou extrémní. Empirické výzkumy naznačují, že i „potencionálně sofistikovaným“ jistou dobu trvá, než přestanou „naivně“ věřit

v absenci preferenčních zvrátů a svůj problém sebekontroly řeší vyhledáváním (externích) závazků.<sup>11</sup>

#### **IV. Soukromá spotřeba, tvorba úspor a hyperboličtí spotřebitelé**

Zavedení předpokladu spotřebitelů s quasi-hyperbolickými preferencemi – jež můžeme chápat jako obecnější příklad exponenciálních – má velký význam v makroekonomických modelech soukromé spotřeby. Obrovský význam lze shledávat především v důsledcích těchto preferencí na tvorbu úspor pro důchodový věk.

Empirické průzkumy – viz např. O'Donoghue a Rabin (1998, 1999) – ukazují, že značná část obyvatel spoří méně, než si myslí, že by měli spořit kvůli svému post-produktivnímu období. Rozhodnutí o svých úsporách, především ve vztahu k důchodovému věku, je jednou z nejdůležitějších věcí, kterou by měl mít člověk dobře rozváženu, přesto velice mnoho lidí tuto aktivitu podceňuje. Spotřebitel s hyperbolickými preferencemi může mít tendenci k odkládání tohoto důležitého úkolu, ačkoliv si je vědom jeho významu. O'Donoghue a Rabin (1998) mj. na svém vlastním případě ukazují, že lidé často ponechávají své úspory v nevýhodně zhodnocovaných instrumentech i v případě, že mají k dispozici alternativní, výnosnější instrument. Lidé však nepodstoupí okamžitý, malý náklad (akce) i při vědomí, že si tím snižují svůj užitek v budoucnu, který ale chtějí docílit. O'Donoghue a Rabin (1998, 2000) ukazují intuitivní závěr, že naivní hyperboličtí spotřebitelé mohou teoreticky oddalovat strategická rozhodnutí o úsporách natolik dlouho, že se mohou dostat do závažných potíží.

To, že jsou si lidé těchto skutečností vědomi a vyhledávají možnosti přijetí závazku, může do jisté míry vysvětlit také velikou oblibu *povinného* státního penzijního pojištění.<sup>12</sup> Za důležitý ovšem považujeme rovněž fakt, že i při předpokladu naivních hyperbolických spotřebitelů není možné tímto předpokladem zcela odůvodňovat výrazný pokles spotřeby v důchodovém věku, jak

---

<sup>11</sup> Domníváme se ale, že samotná realizace a hlubší poznání spotřebitelových problémů se sebekontrolou nestačí pro transformaci „naivního“ či „částečně naivního“ spotřebitele na plně sofistikovaného. I při znalosti problému velice záleží silné vůli, nákladech přijetí externích závazků v daný moment. V textu aplikujeme shodné chování vůči všem statkům, resp. koši statků. V realitě se může míra sebekontroly velice lišit v závislosti na typu problému. Empirické výzkumy ukazují, že lidé mají tendenci výrazně odkládat především závažná a důležitá rozhodnutí.

<sup>12</sup> A to i odhlédneme-li od nákladů na informovanost o tržních instrumentech a od rizika.

se někdy stává. Parker a Preston (2002) nebo Hurd a Rohwedder (2003) ukazují, že pokles spotřeby v důchodovém věku není většinou způsoben nedostatečným naspořením, ale je mnohdy očekávaný a souvisí se změnou životního stylu – jiná struktura výdajů, substituce výdajů domácí produkcí, jiné využití volného času.

Hyperboličtí spotřebitelé (bez možnosti závazku) mají tendenci k trvalé „nadspotřebě“, tedy větší budoucí skutečné spotřebě, než považují v minulosti za žádoucí. Již Strotz (1956) hovořil o tomto jevu v případě časově nekonzistentních preferencí.<sup>13</sup> To má přirozeně velký dopad na hypotézu životního cyklu a trajektorii úspor. Z pohledu hyperbolických spotřebitelů je důležité, aby finanční trhy, případně stát, nabízely instrumenty, jež umožní přijetí závazků – termínované vklady s vysokými pokutami za předčasné výběry, penzijní plány nedostupné před dosažením specifického věku, atd. Těchto závazků budou využívat ti spotřebitelé, kteří plně nebo alespoň z velké části již překonali své „naivní“ období.

Laibson (1996, 1997a, 1997b) či Harris a Laibson (2001) modelují problém plně sofistikovaného spotřebitele jako *hru* mezi jednotlivými „já“. <sup>14</sup> Spotřebitelovo  $t-1$  „já“ si je vědomo, že nesouhlasí s rozhodnutími, která učiní jeho „já“ v dalších obdobích, a proto se snaží určitým způsobem zavázat svá budoucí „já“. Uvažovaným způsobem závazku v jejich modelu jsou investice do nelikvidních aktiv. Tato jsou chápána implicitně jako určitá technologie přijetí závazku, neboť nelikvidní aktiva jsou spojena s transakčními náklady a částečně tak ochráněna proti rychlému prohýření v budoucnu. Jedná se o nedokonalý závazek.

Laibson et al. (1998) a Angeletos et al. (2001) zkoumají rozdíl mezi životním cyklem exponenciálního a sofistikovaného hyperbolického spotřebitele. V numerických simulacích<sup>15</sup> porovnávají trajektorii úspor a vývoj akumulace nelikvidních aktiv. Spotřebitelé mají dispozici likvidní a nelikvidní aktiva, zároveň však také kreditní karty. Právě existence finančních inovací jako jsou kreditní karty může mít v prostředí hyperbolických (naivních i sofistikovaných)

---

<sup>13</sup> Mj. se odvolává na častý povzdech druhu: “Vezměte mi ty peníze z účtu dřív, než je stačím utratit”

<sup>14</sup> Jedná se o převedení úlohy z Phelps a Pollak (1968), kteří modelují *hru* mezi generacemi, na intrapersonální *hru* hyperbolického spotřebitele.

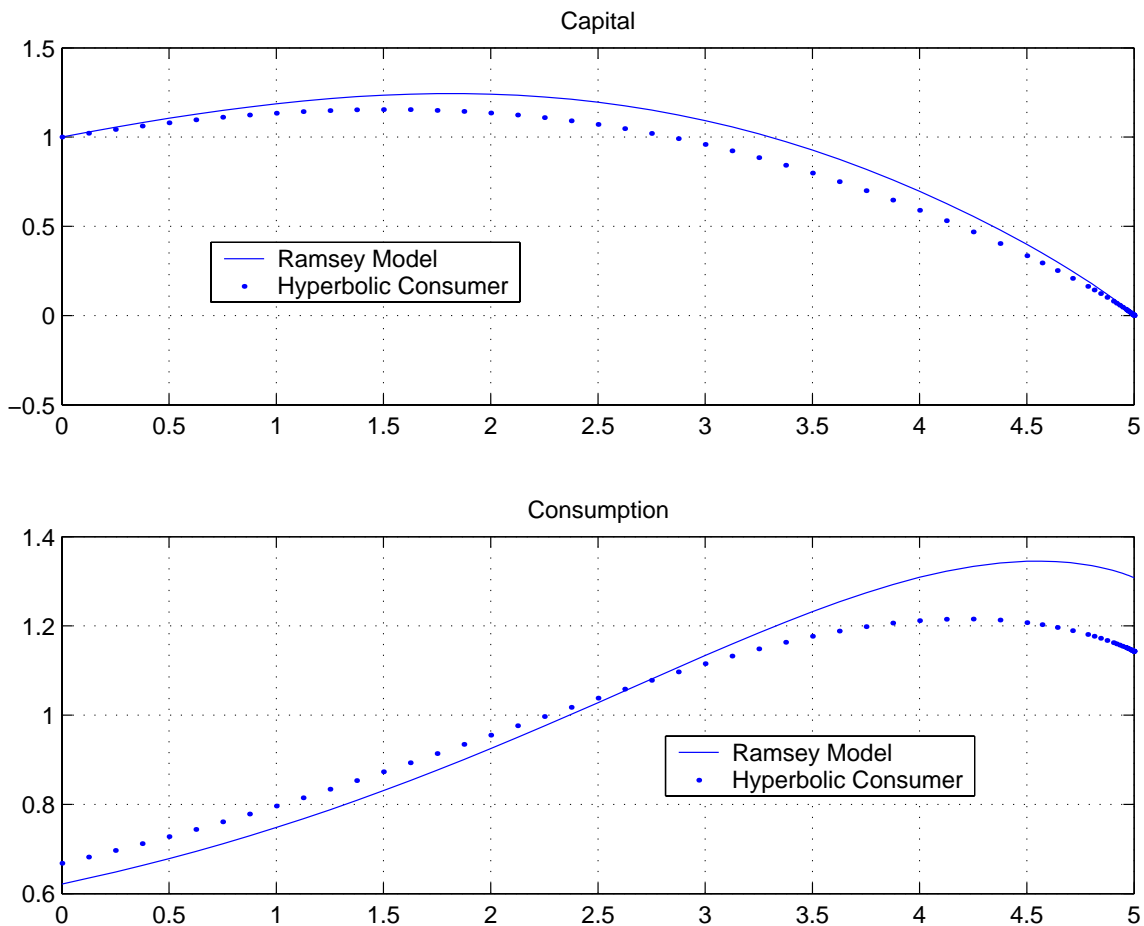
<sup>15</sup> s velice realisticky kalibrovanými parametry, zabudovanou nejistotou pracovních příjmů ve věku 20 –63, max životě 90 let, existencí likvidních a nelikvidních aktiv a možnosti půjček z kreditních karet (max. 30% ročního příjmu), atd. viz Angeletos et al. (2001)

výrazné důsledky na spotřebu. Autoři docházejí k tomu, že profil spotřebního chování se příliš u obou typů spotřebitelů neliší s tím, že hyperboličtí spotřebitelé především v začátku svého spotřebního období mnohem více využívají půjček z kreditních karet. Zároveň v období kolem odchodu do důchodu klesá spotřeba hyperbolických spotřebitelů více. To proto, že hyperboličtí spotřebitelé vlastní výrazně větší množství nelikvidních aktiv, která nemohou efektivně rychle prodat, aby vyhladili svůj spotřební profil. Rozdíl v trajektorii není tak výrazný, jako je rozdíl v množství naakumulovaného bohatství v podobě nelikvidních aktiv, které je u sofistikovaných hyperbolických spotřebitelů výrazně vyšší, neboť tato slouží jako technologie závazku. Můžeme zjednodušeně říci, že nelikvidní aktiva jsou pro hyperbolické spotřebitele „méně nákladná“, neboť si více cení těchto aktiv jako závazku, i když (a právě proto) omezují jejich vyhlazování spotřeby.

Tyto závěry pomáhají obohatit hypotézu životního cyklu blíže k pozorované realitě, kdy domácnosti výrazně využívají služeb kreditních karet, drží větší množství nelikvidních aktiv, což jim dohromady snižuje flexibilitu vyhlazovat svou spotřebu i v případě dopředu předvídatelných změn v příjmech. Výsledkem je – v realitě pozorovaný – blízce svázaný pohyb důchodu a spotřeby.

Na obr. 1 prezentujeme simulaci Ramseyova růstového modelu se zcela naivním hyperbolickým agentem a srovnání s exponenciálním agentem. Průběh akumulace kapitálu a spotřeba v čase jsou typické pro oba typy diskontování.

**Obr. 1: Ramseyův růstový model**



Normativní analýza modelu s hyperbolickými preferencemi je ovšem problematická a nepanuje shoda na kritériích (Harris a Laibson, 2001). Problematické např. je, k jakému „já“ celou analýzu vztáhnout, chceme-li se pohybovat v utilitaristickém rámci. Laibson (1997a, 1997b) v prostředí intrapersonální hry<sup>16</sup> aplikují Paretovo kritérium. Existuje-li takový program, který umožní si všem „já“ polepšit, potom je pareto-efektivní. Sofistikovaní hyperboličtí spotřebitelé budou sami po finančních institucích požadovat, aby mohli zakoupit instrumenty umožňující přijetí závazku. I „naivní“ spotřebitelé by z hlediska analýzy blahobytu (ex-post) ocenili závazek, ovšem ne v okamžiku, kdy by k němu byli „donuceni“.

Z normativního hlediska může být chvílemi svůdné, aby se vláda, která má určité cíle a záměry stran hospodářské politiky atp., snažila paternalisticky, direktivně uvalovat závazky, zvláště ve světě naivních hyperbolických spotřebitelů. To je ovšem z mnoha standardních důvodů velice

<sup>16</sup> analogicky k Phelps a Pollak (1968)

nebezpečné, naopak by vláda mohla podporovat vznik a fungování tržních nástrojů umožňujících přijetí závazků<sup>17</sup>. Nástrojem závazku, jež může uvalit stát může být například povinné příspěvkově orientované penzijní pojištění – se všemi pro a proti. Imrohorglu et al. (2000) prezentují simulaci v modelu se sofistikovanými hyperbolickými spotřebiteli, že státní sociální pojištění může fungovat jako náhrada nebo doplněk tržních nástrojů přijetí závazku, zvláště pak pro naivní hyperbolické spotřebitele. Zároveň ovšem tento systém výrazně narušuje rozhodování o celkových úsporách či nabídce práce, což vede k dopadům na kapitálovou zásobu v dané ekonomice. Je nutné si ale uvědomit, že v modelu hyperbolických spotřebitelů musíme výrazněji rozlišovat, že je rozdíl v tom, co a jak spotřebitelé ocení (např. existenci sociálního pojištění) v závislosti na jejich věku.

## V. Environmentální ekonomie

Pro environmentální ekonomii má problematika diskontování zásadní význam. Je tomu tak proto, neboť velká část diskuse o životním prostředí se zaobírá otázkou v jakém stavu zanecháme životní prostředí našim potomkům. Vystupuje tedy zřetelně problematika srovnání užitek (nejen ze spotřeby, ale např. také z kvality životního prostředí) dnešní a budoucí generace. V této souvislosti se řeší také otázka optimálního čerpání neobnovitelných zdrojů.

Jak výstižně podotkli Aghion a Howitt (1999), požadavek, abychom zanechali životní prostředí a surovinovou základnu budoucím generacím ve stejném stavu, v jakém jsme jej zdědili, dává málo smyslu. Důležitým faktorem je možnost substituce různých druhů produktivních zdrojů, z nichž jsou přírodní zdroje (životní prostředí, vyčerpatelné suroviny) jen jednou součástí. Vyspělé země dokázaly snížit dětskou úmrtnost, eliminovat negramotnost, zvýšit podíl volného času pro pracující a prodloužit průměrný věk lidského života nikoliv proto, že bychom měli kvalitnější životní prostředí (což je velice sporné) nebo více vyčerpatelných surovin (což není určitě pravda) než předchozí generace, ale proto, že existující znalosti umožňují efektivněji využívat dostupné zdroje. Lidský kapitál je schopen substituovat kapitál fyzický nebo přírodní zdroje. Nicméně nelze popřít, že určité akce současných generací mohou přenést významné náklady na generace

---

<sup>17</sup> Krusell, Kuruscu a Smith (2002) ve formalizovaném růstovém modelu ukazují, že pokud má vláda tytéž hyperbolické preference jako domácnosti a není schopna se zavázat k určité politice, pak laissez-faire ekonomie Paretoovsky dominuje ekonomii s vládními intervencemi. K podobným závěrům dochází též Hepburn (2003) v modelu čerpání přírodních zdrojů.

budoucí. Jako příklad těchto nákladů uveďme radioaktivní odpad z provozu jaderných elektráren: díky jaderným elektrárnám mohou současné generace využívat levné elektrické energie a zavřít tepelné elektrárny (s výraznými negativními dopady na kvalitu životního prostředí), nicméně budoucí generace jsou ohroženy vysokými náklady na skladování jaderného odpadu.

Z pohledu ekonomie životního prostředí je tedy třeba mít k dispozici nějaké normativní kritérium, na jehož základě by bylo možné srovnávat užitky v čase. Jinými slovy je velice žádoucí, aby existoval široce přijímaný způsob diskontování. Hlavní proud neoklasické teorie pracuje s exponenciálním diskontováním užitku (2) s  $0 < \beta < 1$ . Existuje spousta modelů, které řeší optimální environmentální politiku v neoklasických modelech za tohoto předpokladu. Jako pravděpodobně historicky nejstarší příklad takového modelu můžeme jmenovat Hottelingův model (1931) vyčerpávání neobnovitelného zdroje. Tento model diktuje, že optimální čerpání neobnovitelného zdroje vzhledem ke kritériu (2) má být exponenciálně klesající s mírou klesání  $\beta$ . Tento výsledek je velice intuitivní, neboť je velice dobře známo, že Pareto – optimální alokace vzácných zdrojů na spotřebu vzhledem ke kritériu s exponenciálním diskontováním splňuje<sup>18</sup>:

$$mu(c_t) = \beta^{-1} R_t mu(c_{t+1}), \quad (14)$$

kde  $mu$  je mezní užitek okamžikové funkce užitečnosti a  $R_t$  je ocenění přenosu jednotky zdroje mezi časy  $t$  a  $t+1$ . V případě, že  $R_t < 1$ , pak je nákladné přenášet zdroje mezi časovými okamžiky, pakliže naopak  $R_t > 1$  lze v průběhu času zdroje akumulovat např. úspory<sup>19</sup>. Daný vzorec je intertemporální analogií Gossenova zákona z mikroekonomie, který diktuje, že poměr mezních užitků a cen musí být v optimu konstantní.

Pro ilustraci uvažujme zjednodušený příklad modelu optimálního čerpání neobnovitelného zdroje: Robinson Crusoe má na opuštěném ostrově k dispozici  $x$  jednotek určitého neobnovitelného zdroje a jeho časový horizont je  $T$  (připouštíme také  $T = \infty$ ). Jeho užitek nechť má formu danou exponenciální intertemporální užitkovou funkcí (2a), s parametrem diskontování

<sup>18</sup> Za jistých podmínek, jakými je např. vnitřní řešení inter-temporální úlohy.

<sup>19</sup> Pokud bychom měli přiblížit veličinu  $R_t$  ve vzorci (14) v rámci čerpání zdrojů, pak první případ  $R_t < 1$  může zahrnovat situaci, kdy zásoba neobnovitelného zdroje samovolně klesá, nebo tehdy jsou-li náklady na čerpání daného zdroje rostoucí ve zbývající zásobě zdroje (tj. čím méně zdroje, tím je nákladnější jej čerpat). Naopak druhý případ  $R_t > 1$  nastane např. tehdy, pokud se čerpaný zdroj samovolně obnovuje.

$0 < \beta < 1$  a okamžikovou užitkovou funkci ve standardním CRRA tvaru (pro  $\sigma = 1$  limitně přechází v logaritmus) tj.:

$$U(x) = \sum_{t=1}^T \beta^{t-1} \frac{x_t^{1-\sigma} - 1}{1-\sigma},$$

kde pochopitelně musí platit, že  $x \geq \sum_{i=1}^T x_i$  a  $x_i \geq 0$ . Řešení problému optimálního čerpání pro Robinsona je jednoduché, lze se snadno přesvědčit, že podobně jako v (14) musí platit, že  $\beta x_t^{-\sigma} = x_{t+1}^{-\sigma}$  a vzhledem k podmínce  $x \geq \sum_{i=1}^T x_i$  máme (pro  $\bar{\beta} = \beta^{\frac{1}{\sigma}}$ ):

$$x_t = \bar{\beta}^{t-1} \frac{(1-\bar{\beta})x}{(1-\bar{\beta}^{T+1})} \text{ pro konečný horizont, a}$$

$$x_t = \bar{\beta}^{t-1} (1-\bar{\beta})x \text{ pakliže } T = \infty.$$

Ovšem jak bylo diskutováno v části 3, exponenciální diskontování není z empirického hlediska přesvědčivý přístup k modelování intertemporálního chování spotřebitelů.

Tedy uvažujme Robinsona Crusoe s quasi-hyperbolickými preferencemi jako v (12). Pak Robinsonovy preference ex-ante budou mít tvar:

$$U(x) = \frac{x_1^{1-\sigma} - 1}{1-\sigma} + \delta \sum_{t=2}^T \beta^{t-1} \frac{x_t^{1-\sigma} - 1}{1-\sigma} \text{ pro } 0 < \delta \leq 1.$$

Řešení takového problému je opět snadné a vyžaduje pouze jednoduché, nicméně zdlouhavé, algebraické úpravy:

$$x_t = \begin{cases} x - x_d & \text{pro } t = 1 \\ \bar{\beta}^{t-2} \frac{1-\bar{\beta}}{1-\bar{\beta}^{T-1}} x_d & \text{pro } t \geq 2, \end{cases}$$

s použitím definice  $x_d = \bar{\beta} \delta \frac{1-\bar{\beta}^{T-1}}{\left\{ (1-\bar{\beta})^\sigma + \bar{\beta} \delta [1-\bar{\beta}^T]^\sigma \right\}^{\frac{1}{\sigma}}}$ . Obrázek 2 ukazuje ex-ante optimální

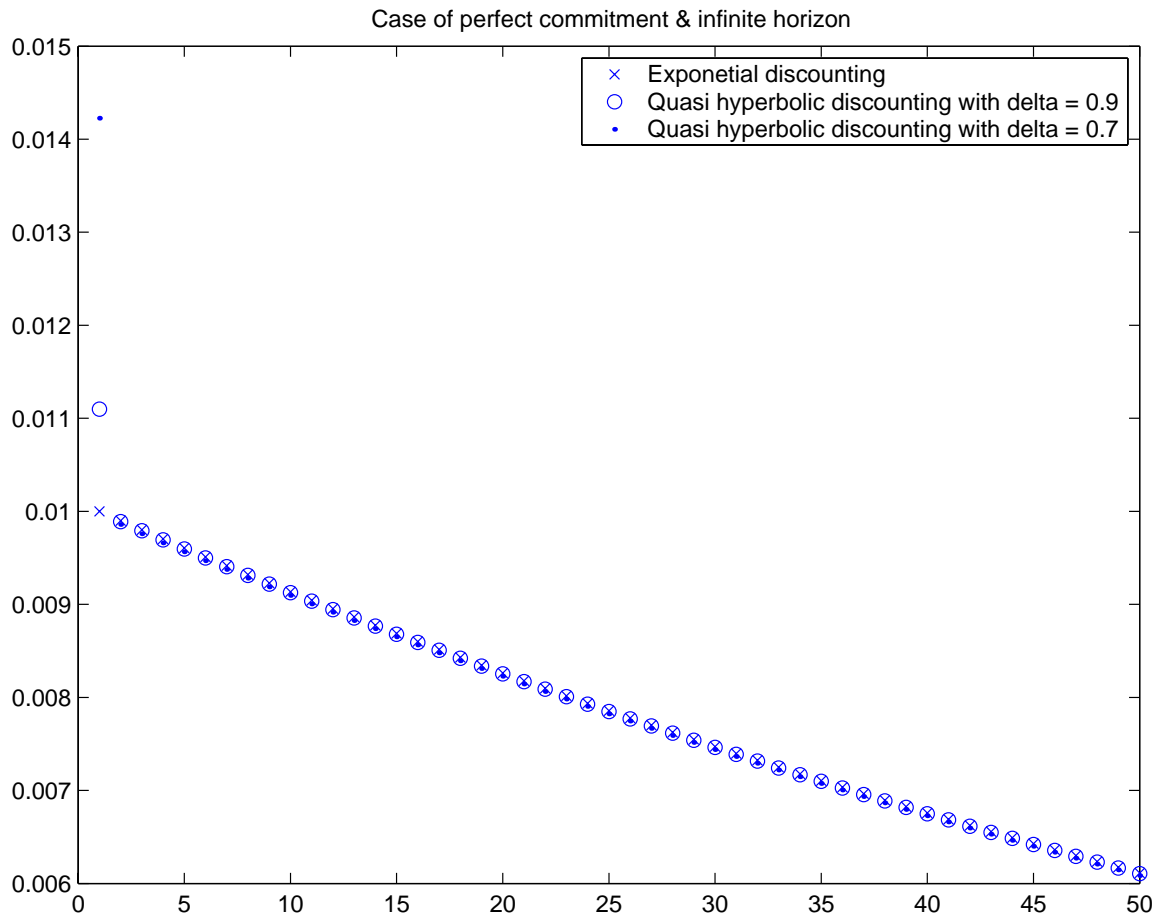
trajektorii pro „exponenciálního“ Robinsona a dva „hyperbolické“ Robinsony. Parametry jsou  $x = 1$ ,  $\sigma = 1$ ,  $\beta = 0.99$  a  $T = 10$  a pro  $\delta = 0.9$  a  $0.7$  resp.

Exponenciální diskontování je kritizováno v environmentální ekonomii zejména z normativního hlediska. Např. Chichilinski (1996) kritizuje exponenciální diskontování pro vyhodnocování environmentálních projektů, neboť podle jeho názoru představuje diktát současné generace nad generacemi budoucími, zejména těmi ve velmi vzdálené budoucnosti. Důvod je takový, že sebevětší užitek se stane z dnešního pohledu bezvýznamný, pokud je diskontován s dostatečným časovým horizontem. Tudiž přenese-li současná generace obrovské náklady na generaci ve vzdálené budoucnosti, je to ze současného pohledu v pořádku. Na druhou stranu, nepoužití diskontování při vyhodnocování projektů hospodářské politiky by ponechalo současným generacím pouze velmi málo disponibilních zdrojů ke spotřebě. Z tohoto důvodu Li a Lofgren (2000) navrhli kompromisní kritérium založené na konvexní kombinaci exponenciálního diskontování a nepoužívání diskontování vůbec. Všimněme si, že v takovém případě, výsledný diskontní faktor není konvexní kombinací původního diskontního faktoru a nuly, skutečně jest:

$$-\ln\{\lambda e^{-\rho t} + (1-\lambda)e^{-\sigma t}\} \neq -(\lambda\rho + (1-\lambda)\sigma)t, \quad (15)$$

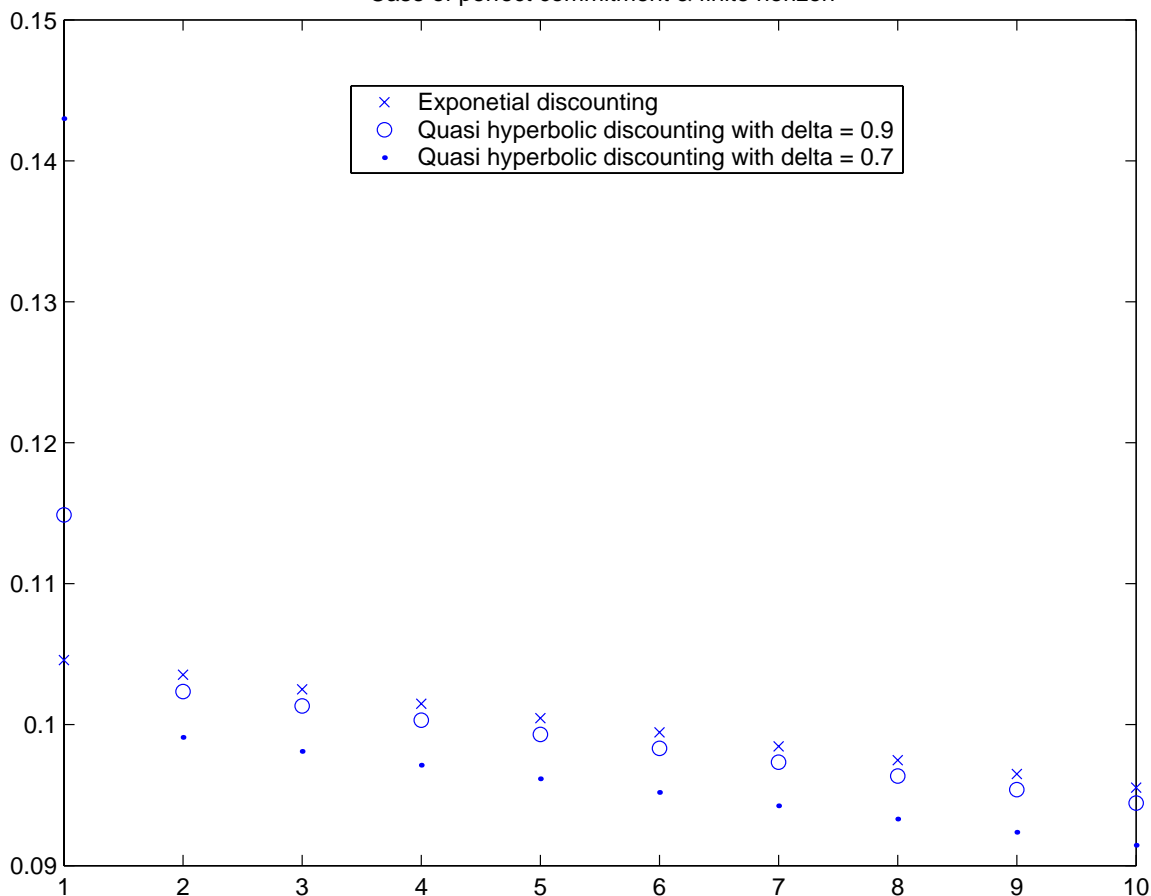
kde  $\lambda$  je váha konvexní kombinace a  $\rho$  a  $\sigma$  jsou exponenciální faktory ( $\sigma \rightarrow 0$  v argumentaci Li a Lofgrena (2000)). Všimněme si dále, že diskontní faktor na straně (15) již není exponenciální a získává vlastnosti hyperbolického (pro  $\sigma = 0$ ): diskontní faktor mezi dobou  $\tau$  a  $\tau + s$  bude záviset nejen na  $s$ , ale – na rozdíl od exponenciálního diskontování -- také na  $\tau$ , přičemž čím vzdálenější budoucnost (čím větší  $\tau$ ) tím nižší diskontní faktor. Tedy normativní úvahy vedou k zavedení hyperbolického diskontování.

**Obr. 2:** Ekonomika Robinsona Crusoe – nekonečný horizont



**Obr. 3:** *Ekonomika Robinsona Crusoe – konečný horizont*

Case of perfect commitment & finite horizon



Normativní kritiku exponenciálního diskontování z poněkud odlišné pozice uvádí Weitzman (1998). Vychází z tvrzení, že nejistota ohledně budoucího stavu světa znemožňuje jednoznačně určit „správný“ diskontní parametr  $\beta$ . Ukazuje, že čím vyšší je neurčitost a čím vzdálenější budoucnost, tím vyšší hodnota parametru by měla být používána. Ilustrujme tento závěr na analogii diskontování peněžních toků: uvažujme investování 1 Kč na  $T$  let. Necht' jsou možné dva stavy světa: úroková míra může být 1% p.a. nebo 7% p.a. se stejnou pravděpodobností. V případě, že bychom tyto úrokové míry zprůměrovali máme průměrnou sazbu 4% p.a. a za 10 resp. 100 resp. 200 a projekt by tedy „průměrně“ přinesl  $1.04^T$ , což pro  $T = 10, 100, 200$  let je 1.48 Kč, resp. 50.50 Kč resp. 2550.70 Kč. Tento způsob výpočtu průměrného výnosu je však zcela chybný, správný způsob je  $0.5 \times 1.01^T + 0.5 \times 1.07^T$ , což pro  $T = 10, 100, 200$  let dává 1.53 Kč, resp. 435.20 Kč, resp. 3764.70 Kč. Vidíme tedy, že se vzrůstajícím časovým horizontem, se

průměrný výnos blíží výnosu, který získáme budeme-li používat pouze vyšší úrokovou sazbu<sup>20</sup>. Podobně lze uvažovat také při diskontování užiteků: se vzrůstajícím časovým horizontem roste relativní důležitost scénářů s vyšší hodnotou parametru  $\beta$ . Tedy i za předpokladu, že exponenciální diskontování je chápáno jako normativně správný nástroj pro hodnocení užiteků v různých časových okamžicích, neurčitost ve stavu budoucího diskontního faktoru vyžaduje, aby více neurčitá budoucnost byla diskontována s menší mírou než budoucnost méně neurčitá. Poněvadž však je přirozené předpokládat, že neurčitost s rostoucím časovým horizontem se zvyšuje, Weitzman (1998) replikuje normativní kritérium, které použili Li a Lofgren (2000). V případě, že vývoj diskontního faktoru lze popsat jako stochastický proces typu náhodná procházka, pak platí, že v limitě by měla být budoucnost diskontována s co nejnižší možnou mírou. Newell a Pizer (2003) Weitzmanovy závěry ilustrují v rámci zkoumání časové struktury úrokových měr na datech Spojených států. Své empirické závěry aplikují na problematiku ohodnocování změny klimatu a dochází k závěru, že ohodnocení následků emisí skleníkových plynů se zvýší zhruba dvakrát při započtení neurčitosti v diskontování.

Všimněme si, že v této části bylo ne-exponenciální (hyperbolické) diskontování odvozeno na základě normativních úvah. To je rozdíl od předcházejících částí, kdy bylo hyperbolické diskontování odvozeno na základě pozitivních argumentů (vylepšit popis chování spotřebitele). Skutečně, neexponenciální diskontování začalo být používáno při vyhodnocování dlouhodobých projektů v řadě zemí (Velká Británie, USA), viz Henderson a Langford (1998) a Hepbrun (2003) pro evidenci.

## VI. Závěr

Tato stať se zaměřila na diskusi přístupů diskontování v ekonomické teorii a v ekonomickém modelování. Byl popsán základní přístup používaný v ekonomii hlavního proudu (exponenciální diskontování). Bylo ukázáno, že tento přístup má své problémy jak z hlediska pozitivní ekonomie (teorie spotřebitele), tak z hlediska normativní ekonomie (zejména v oblasti environmentální ekonomie). Byla diskutována alternativa tohoto přístupu, jímž je hyperbolické diskontování.

---

<sup>20</sup> Z formálního hlediska je to důsledek Jensenovy nerovnosti, která implikuje, že pro striktně konkávní funkci  $f$ , nedegenerovanou náhodnou veličinu  $x$  a střední hodnotu  $E$  platí  $Ef(x) < f(Ex)$ , kdykoliv integrály na obou stranách nerovnosti absolutně konvergují.

## VII. Literatura

- Ainslie, G.:** Specious Reward: A Behavioral Theory of Impulsiveness and Impulse Control, *Psychological Bulletin*, 1975, sv. 82, s. 463—496
- Ainslie, G.:** Derivation of „rational“ economic behaviour from hyperbolic discount curves, *American Economic Review*, 1991, sv. 81, s. 334—340
- Angeletos, G.M., Laibson, D., Repetto, A., Tobacman, J., Weinberg, S.:** The Hyperbolic Consumption Model: Calibration, Simulation and Empirical Evaluation, *Journal of Economic Perspectives*, 2001, sv. 15, č. 3, s. 47—68
- Aghion, P., Howitt, P.:** *Endogenous Growth Theory*, MIT: MIT Press, 1999.
- Barro, R., Sala-I-Martin, X.:** *Economic Growth*. New York, McGraw-Hill, 1995.
- Barro, R.:** Are government bonds net wealth?, *Journal of Political Economy*, 1974 sv. 82, s. 1095—1117
- Barro, R.:** Ramsey meets Laibson in the Neoclassical Growth Model, *Quarterly Journal of Economics*, 1999, November, s. 1125—1152
- Böhm-Bawerk, E.:** *Positive Theory of Capital*. South Holland, Illinois, 1959 (orig. 1889)
- Cardia, E.:** The dynamics of a small open economy in response to monetary, fiscal and productivity shocks. *Journal of Monetary Economics*, 1991, č. 28, s. 411-434.
- Cooley, T. (ed.):** *Frontiers of business cycle research*, Princeton, Princeton University Press, 1994
- Cropper, M. L., Aydede, S.K., Portney, P.R.:** Rates of Time Preference for Saving Lives, *AEA Papers and Proceedings*, 1992, May, s. 469—472
- Fischer, I.:** *The Theory of Interest*. Macmillan, New York, 1930.
- Harris, C., Laibson, D.:** Dynamic Choices of Hyperbolic Consumers. *Econometrica*, 2001, č. 69/4, s. 935-957.
- Hepburn, C.:** Hyperbolic Discounting and Resource Collapse, Department of Economics Discussion Paper Series, n. 159, May 2003.
- Henderson, N., Langford, I.:** Cross-Disciplinary Evidence for Hyperbolic Social Discount Rates, *Management Science*, 1998, sv. 44, č. 11, s. 1493—1500.
- Hotelling, H.:** The Economics of Exhaustible Resources. *Journal of Political Economy*, 1931, č. 39, s. 137-175.
- Hurd, M., Rohweder, S.:** *The Retirement-Consumption Puzzle: Anticipated and Actual Declines in Spending at Retirement*, 2003, NBER WP No. 9568
- Imrohoroglu, A., Imrohoroglu, S., Joines D.:** Time Consistent Preferences and Social Security, Institute for Empirical Macroeconomics. Federal Reserve Bank of Minneapolis, Discussion Paper 136, August 2000.
- Koopmans, T. J.:** Stationary Ordinar Utility and Impatience. *Econometrica*, 1960, č. 28, s. 287-309.
- Koopmans, T. J., P. A. Diamond, R. E. Williamson:** Stationary Utility and Time Perspective, *Econometrica*, sv. 32, č. 1—2 (Leden—Duben), 1964.
- Krusell, P., Kuruscu, B., Smith, A.:** Equilibrium Welfare and Government Policy with Quasi-geometric Discounting, *Journal of Economic Theory* 105, s. 42-72, 2002.
- Laibson, D.:** *Hyperbolic Discounting, Undersavings, and Savings Policy*, 1996, NBER Working Paper No. 5635

- Laibson, D.:** Golden Eggs and Hyperbolic Discounting, *Quarterly Journal of Economics*, sv. 112, 1997a, s. 443-77
- Laibson, D.:** *Hyperbolic Discount Functions and Time Preference Heterogeneity*, 1997b, Harvard Univ. mimeo
- Laibson, D., Repetto, A., Tobacman, J.:** Self-Control and Saving for Retirement, *Brookings Papers on Economic Activity*, 1998:1, s. 91—172
- J. Laitner, F.T. Juster:** New Evidence on Altruism: A Study of TIAA-CREF Retirees, Discussion Paper No. 86, Institute for Empirical Macroeconomics, Federal Reserve Bank of Minneapolis, 1993.
- Li, C. Z., Lofgren K. G.:** Renewable Resources and Economic Sustainability: A Dynamic Analysis with Heterogeneous Time Preferences. *Journal of Environmental Economics and Management*, 2000, č. 40, s. 236-250.
- Li, C. Z., Lofgren K. G.:** Economic Growth, Environmental Quality and Hyperbolic Discounting, prezentováno na 8. konferenci environmentální ekonomie, Ulvon, 2001, dostupné na <http://www.sekon.slu.se/~bkr/ulv01li.pdf>.
- Loewenstein, G., D. Prelec:** Anomalies in Intertemporal Choice: Evidence and an Interpretation, *Quarterly Journal of Economics*, sv. cvii (May), 1992, s. 573-597
- Lucas, R., Stokey, N. (with E. Prescott):** *Recursive Methods in Economic Dynamics*. Harvard University Press, Harvard MA, 1989.
- Newell, R., Pizer W.:** Discounting the distant future: how much do uncertain rates increase valuations?, *Journal of Environmental Economics and Management*, 2003, č. 46, s. 52-71.
- O'Donoghue, T., Rabin, M.:** Procrastination in Preparing for Retirement, 1998, Univ of California, Berkeley, <http://emlab.berkeley.edu/users/rabin/index.html>.
- O'Donoghue, T., Rabin, M.:** Do it Now or Later, *American Economic Review*, 1999, 89:1, s. 103—24
- O'Donoghue, T., Rabin, M.:** Choice and Procrastination, 2000, UC Berkeley mimeo, <http://emlab.berkeley.edu/users/rabin/index.html>.
- Obstfeld, M., Rogoff, K.:** *Foundations of International Macroeconomics*, MIT Press, 1996
- Parker, J.A., Preston, B.:** *Precautionary Saving and Consumption Fluctuations*, 2002, NBER WP No. 9196
- Phelps, E., Pollak R.:** On Second-Best National Savings and Game-Equilibrium Growth, *Review of Economic Studies*, 1968, č. 35, s. 185-199.
- Ramsey, F.:** A Mathematical Theory of Savings. *Economic Journal*, 1928, s. 543-559.
- Samuelson, P.:** A note on measurement of utility, *Review of Economic Studies*, sv. 4, s. 155-61, 1937
- Samuelson, P.:** Probability, Utility, and the Independence Axiom, *Econometrica*, sv. 20, č. 4, s. 155-61
- Sargent, T.:** *Dynamic Macroeconomic Theory*. Cambridge, Harvard University Press, 1987.
- Sargent, T., Ljungquist, L.:** *Recursive Macroeconomic Theory*. Cambridge, MIT Press, 2000.
- Senhadji, A.:** External shocks and debt accumulation in a small open economy. *Review of Economic Dynamics*, 2003, č. 6, s. 207-239.
- Senior, N. W.:** *An Outline of the Science of Political Economy*, London: Clowes and Sons, 1836
- Smith, A.:** *The Theory of Moral Sentiments*, First Edition: London, Oxford University Press, 1976, 1759
- Strotz, R.:** Myopia and Inconsistency in Dynamic Utility Maximization. *Review of Economic Studies*, 1956, č. 23, s. 165-180.

**Uzawa, H.:** Time Preferences, the Consumption Function, and Optimum Asset Holdings, in „*Value, Capital, and Growth: Papers in Honor of Sir John Hicks*“ J. N. Wolfe Ed., Edinburg University, Edinburgh, 1968.

**Weitzman, M.:** Why the Far-Distant Future Should Be Discounted at Its Lowest Possible Rate, *Journal of Environmental Economics and Management*, 1998, č. 36, s. 201-208.